

## Übungsblatt 3

### Aufgabe 3.1: Abzählbar unendliche Mengen (LA: a)

Zeigen Sie, dass folgende Mengen abzählbar unendlich sind.

- $2\mathbb{N}+3$
- $\mathbb{Q}$  (Menge der rationalen Zahlen)

### Aufgabe 3.2: Abzählbarkeit und Überabzählbarkeit (LA)

Welche der folgenden Mengen sind abzählbar bzw. überabzählbar?

- $2^\Sigma$ ,  $\Sigma$  ein endliches (nichtleeres) Alphabet.
- $2^{\mathbb{P}}$ , mit  $\mathbb{P}$  die Menge der Primzahlen.
- $A \cap B \cap 2^C$ ,  $A, B$  und  $C$  abzählbare Mengen.

### Aufgabe 3.3: Kontrollstrukturen (LA:a,b,d)

Bestimmen Sie Befehlssequenzen, um die folgende Kontrollstrukturen mit RM-Befehlen zu simulieren:

- REPEAT ... UNTIL ( $c(i) \geq c(j)$ )
- IF ( $c(i) = c(j)$ ) THEN ... ELSE ... FI
- FOR  $i=n$  DOWNTO 1 DO ... OD
- Kontrollstruktur, die von einer linearen Liste – wie in VO-Folie 1-17 beschrieben – das letzte Element zurückliefert.

### Aufgabe 3.4: Uniformes Kostenmaß (LA:a,b,c)

- Bestimmen Sie eine RM  $R_1 = (P, k, i)$  mit  $t_u(n_1, \dots, n_k) = \infty$  und  $s_u(n_1, \dots, n_k) = \infty$ .
- Zeigen Sie, dass es keine RM  $R = (P, k, i)$  mit  $t_u(n_1, \dots, n_k) < \infty$  und  $s_u(n_1, \dots, n_k) = \infty$  gibt.
- Ermitteln Sie  $t_u$  und  $s_u$  zu Ihren Lösungen aus Aufgabe 3.3.
- Ermitteln Sie für die Registermaschine von VO-Folie 1-24 die Anzahl der ausgeführten RM-Befehle, wobei  $n > 0$  und  $m = 0$ .

### Aufgabe 3.5: MIN und MAX (LA:a,c)

- Zeigen Sie, dass durch die Registermaschine  $R$  in VO-Folie 1-22 die Funktion  $f_R : \mathbb{N}^2 \rightarrow \mathbb{N}$  mit  $f_R(x, y) = \max\{x, y\}$  berechnet wird. Betrachten Sie hierzu geeignete Fallunterscheidungen.
- Modifizieren Sie das Programm  $P$  aus VO-Folie 1-22 zu  $P'$ , so dass die resultierende Registermaschine  $R' = \{P', 2, 3\}$  die Funktion  $f_{R'}(x, y) = \min\{x, y\}$  berechnet.
- Geben Sie eine Registermaschine an, die das Minimum mittels Vergleichsoperationen ermittelt.